AlfaLam.nl-VDI2014 V1.0

Laminatanalyse Software nach der VDI-Richtlinie 2014 Teil 3

Thorsten Weber *

Kurzbeschreibung

Die Software AlfaLam.nl wurde am Fachgebiet *Konstruktiver Leichtbau und Bauweisen* der *Technischen Universität Darmstadt* entwickelt. Es handelt sich um ein Laminatanalyseprogramm auf Basis der klassischen Laminattheorie (CLT). Das Werkstoffverhalten kann wahlweise als linear oder nichtlinear angenommen werden. Die verwendeten Festigkeitskriterien wurden der *VDI-Richtlinie 2014 Blatt 3* entnommen. Die Software ist in VBA programmiert und mit dem Tabellenkalkulationsprogramm MS-Excel kombiniert worden.

*TU Darmstadt, Fachgebiet Konstruktiver Leichtbau und Bauweisen, Petersenstraße 30, 64287 Darmstadt, alfalam@klub.tu-darmstadt.de

Dieses Programm ist freie Software. Sie können es unter den Bedingungen der GNU General Public License, wie von der Free Software Foundation veröffentlicht, weitergeben und/oder modifizieren, entweder gemäß Version 2 der Lizenz oder (nach Ihrer Option) jeder späteren Version. Die Veröffentlichung dieses Programms erfolgt in der Hoffnung, daß es Ihnen von Nutzen sein wird, aber OHNE IRGENDEINE GARANTIE, sogar ohne die implizite Garantie der MARKTREIFE oder der VERWENDBARKEIT FÜR EINEN BESTIMMTEN ZWECK. Details finden Sie in der GNU General Public License.

Sie sollten ein Exemplar der GNU General Public License zusammen mit diesem Programm erhalten haben. Falls nicht, schreiben Sie an die Free Software Foundation, Inc., 51 Franklin St, Fifth Floor, Boston, MA 02110, USA.

Copyright (C) 2007, Thorsten Weber

Inhaltsverzeichnis

1 Versionsinformation **4**

2 Theoretische Grundlagen **4**
2.1 Programmstruktur 4
2.2 Klassische Laminattheorie als Scheiben- und Plattenelement (CLT-Modul) 4
2.3 Bruchanalyse 5
2.4 Ausgabemodul der linearen Berechnung 5
2.5 Ablauf der nichtlinearen Analyse 5
2.6 Beschreibung des nichtlinearen Berechnungsalgorithmus 6
2.7 Berücksichtigung der Faserwinkeländerung im Berechnungsalgorithmus 6
2.8 Beschreibung des implementierten Degradationsmodells 7
2.8.1 Abbruchkriterien des Degradationsmodells 7
2.8.2 Theorie und Ablauf der Degradation entsprechend *VDI-Richtlinie 2014 Blatt 3* 8
2.8.3 Bestimmung der Abminderungsfaktoren η_E und η_G 9
2.9 Ausgabemodul der nichtlinearen Berechnung 13
2.10 Berechnung von Plattenbelastungen mit dem nichtlinearen Berechnungsmodul 14

3 Funktionsweise **16**
3.1 Programmfunktion und Programmaufbau 16
3.2 Standardanalyse 17

4 Bedienungshinweise zu den Tabellenblättern **17**
4.1 laminate lay-up 17
4.1.1 loads 18
4.1.2 laminate lay-up 18
4.1.3 optionale Einstellungen 20
4.1.4 Command Buttons 22
4.2 material 24
4.3 results 28
4.3.1 results linear 28
4.3.2 results nonlinear 30
4.3.3 results lamina fracture 30
4.4 fracture curves 31
4.5 optionale Tabellenblätter 33

5 Auswertung und Archivierung **34**

1 Versionsinformation

Version 1.0 von *AlfaLam.nl VDI2014* ist eine spezielle Version des Laminatanalyseprogramms *AlfaLam.nl*. Im Vergleich zu der bereits veröffentlichten Grundversion von *AlfaLam.nl* wurde sie an die Inhalte der *VDI-Richtlinie 2014* angepasst. Daher auch die Bezeichnung *AlfaLam.nl* und *VDI2014*. Sie bietet somit dem Konstrukteur die Möglichkeit eine richtlinienkonforme Festigkeitsanalyse von Laminaten durchzuführen. Um eine internationale Verbreitung zu fördern, wurden alle Bezeichnungen und Kommentare auf die englische Schreibweise angepasst. Die durchschnittliche Berechnungszeit und der benötigte Speicherbedarf wurde minimiert.

2 Theoretische Grundlagen

Im folgenden Kapitel werden die theoretischen Grundlagen erläutert, die die Basis von *AlfaLam.nl VDI2014* bilden.

2.1 Programmstruktur

Basis der nichtlinearen Berechnung sind die Programmmodule zur linearen Berechnung des Laminats. Sie werden im Rahmen der iterativen, nichtlinearen Berechnungsalgorithmen in Form einer stückweisen Linearisierung verwendet. Auf Grund des modularen Aufbaus bietet sich die Gelegenheit, die lineare und die nichtlineare Analyse zu kombinieren, ohne zusätzlichen Programmieraufwand zu erzeugen.

2.2 Klassische Laminattheorie als Scheiben- und Plattenelement (CLT-Modul)

Grundlage der Software ist die Klassische Laminattheorie. Eine ausführliche Darstellung der Beziehungen findet sich in der *VDI-Richtlinie 2014*. Eingabeparameter sind die mechanischen Kennwerte der UD-Schicht, der Laminataufbau und die am Laminat wirkenden Schnittkräfte- und Momente (Abb. 8). Das Programmmodul ermöglicht die Berücksichtigung von Scheiben- und Plattenbelastungen. Das bedeutet, dass auch die Berechnung von unsymmetrisch geschichteten Laminaten unter Scheibenbelastung möglich ist. Die Platte wird als schubstarr angenommen. Ausgabeparameter des Moduls sind die Steifigkeits- bzw. Nachgiebigkeitsmatrizen, sowie die Verzerrungen des Laminats und die in den einzelnen Schichten wirkenden Spannungen und Verzerrungen.

2.3 Bruchanalyse

Die Bruchanalyse wird aufbauend auf den Schichtspannungen (Ergebnis des Scheiben-Plattenmoduls), schichtweise durchgeführt. Sie gliedert sich in die zwei auftretenden Versagensformen der UD-Schicht, nämlich in die Faserbruch- und die Zwischenfaserbruchanalyse. Als Faserbruchmodell wird die in der *VDI 2014 Blatt 3* vorgeschlagene Theorie verwendet. Die relevanten Einflussparameter der Theorie sind die faserparallelen Festigkeiten $R_{\parallel}^{+}$ bzw. $R_{\parallel}^{-}$, sowie die in der UD-Schicht wirkende Spannung σ_1. Die Zwischenfaserbruchanalyse wird nach den *Puck*schen Wirkebenenkriterien für ebene Spannungszustände durchgeführt (*VDI-Richtlinie 2014*). Es wird in Abhängigkeit von dem wirkenden Spannungszustand zwischen drei unterschiedlichen Bruchmodi unterschieden.
Als Ergebnis der Festigkeitsanalyse wird für jede Schicht die Faserbruch- und die Zwischenfaserbruch-Anstrengung f_E ermittelt. Optional ist es möglich, den Einfluss der faserparallelen Spannung σ_1 auf die Zwischenfaserbruchanstrengung nach *Puck* zu berücksichtigen.

2.4 Ausgabemodul der linearen Berechnung

Das Ausgabemodul fasst die Ergebnisse des CLT-Moduls und der Bruchanalyse auf dem Tabellenblatt `results_linear` zusammen. Für die lineare Rechnung wird kein Reservefaktor ausgegeben, sondern die Anstrengungen auf Faser- und Zwischenfaserbruch.

2.5 Ablauf der nichtlinearen Analyse

Aufbauend auf den Programmmodulen der linearen Rechnung wird der Berechnungsalgorithmus für das nichtlineare Werkstoffverhalten aufgebaut. Im Unterschied zur linearen Analyse wird die Last in kleinen Schritten rechnerisch gesteigert, bis das Laminat vollständig versagt. Dies ist notwendig, da im Gegensatz zur linearen Berechnung aus dem Schichtspannungszustand keine Aussage über den Reservefaktor getroffen werden kann [Sch07]. Das Verhältnis von Bruchlast zu anliegender Schnittkraft ergibt den Reservefaktor RF des Laminats, der für die Bewertung der Belastbarkeit des Laminats die entscheidende Größe darstellt.

$$RF = \frac{n^{\text{bei Bruch}}}{n^{\text{bei interessierender Betriebslast}}}$$

Zusätzlich zu den linearen Programmteilen wurden für die nichtlineare Berechnung weitere Programmmodule zur Beschreibung des Laminatverhaltens entwickelt, die im Folgenden beschrieben werden.

2.6 Beschreibung des nichtlinearen Berechnungsalgorithmus

Die Laminatberechnung für nichtlineares Werkstoffverhalten ist, unter Verwendung des CLT-Moduls, nur iterativ möglich. Die iterative Vorgehensweise ist in der *VDI-Richtlinie 2014 Blatt 3* beschrieben. Die vorgegebene Last wird in Lastinkremente unterteilt. Das Laminat wird mit dem ersten Lastinkrement belastet und unter Verwendung des CLT-Moduls iterativ berechnet [WS05]. Zur Beschreibung des nichtlinearen Werkstoffverhaltens wird zusätzlich der Einfluss der Interaktion auf das Spannungs-Verzerrungs-Verhalten, mit einem von *Puck* neu entwickelten Werkstoffmodell berücksichtigt [PM06]. Das Werkstoffmodell von *Puck* berücksichtigt den Einfluss der wirkenden Spannungskombination σ_2 und τ_{21} auf den Verlauf der Werkstoffnichtlinearitäten, indem ein analytischer Zusammenhang zwischen den Sekantenmoduln $E_{\perp s}$, $G_{\perp\|s}$ und der herrschenden Anstrengung f_E hergestellt wird. Konvergiert die Iteration für den gegebenen Lastschritt, so werden die neu ermittelten Sekantenmodule $E_{\perp s}$ und $G_{\perp\|s}$ als Startwerte für die Berechnung im nächsten Lastinkrement genutzt.
Für die Berechnung des Reservefaktors ist es erforderlich, den nichtlinearen Verlauf der Schichtspannungen zu ermitteln. Der nichtlineare Berechnungsalgorithmus setzt sich aus einer Kombination der inkrementellen Laststeigerung und einer iterativen Schichtspannungsbestimmung zusammen. Der Ablauf ist in Abb. 1 zu sehen. Das Ergebnis der Bruchanalyse wird als Kriterium zur Steuerung des Lastabbruchs genutzt. Für Berechnungen ohne Degradation wird das erste Versagen einer Schicht als Abbruchkriterium verwendet (Zwischenfaserbruch oder Faserbruch). Basierend auf der Tatsache, dass ein Laminat infolge eines ersten Zwischenfaserbruchs einer Schicht nicht zwangsweise vollständig versagt, werden die betroffenen Schichten im weiteren Programmablauf mit Hilfe des Degradations-Moduls berechnet. Die Degradation und die entsprechenden Abbruchkriterien werden in Abschnitt 2.8 beschrieben.

2.7 Berücksichtigung der Faserwinkeländerung im Berechnungsalgorithmus

Der sich einstellende Verzerrungszustand wirkt direkt auf die Lage der Fasern im Laminat und ändert den Faserwinkel im Vergleich zum unbelasteten Laminat. Die iterative, nichtlineare Berechnung bietet somit die Möglichkeit den Faserwinkel anzupassen. Die mechanischen Grundlagen werden in [WS05] beschrieben. Die Änderung der Faserwinkel wirkt sich direkt auf die Steifigkeit des gesamten Laminats aus und somit auf die Traganteile der einzelnen Schichten. Um dies zu berücksichtigen, wird ein zusätzlicher Iterationsschritt durchgeführt, der diese Veränderungen einbezieht. Konvergiert die Iteration, stellt sich ein neuer, den Faserwinkeländerung angepasster Schichtspannungszustand in den einzelnen

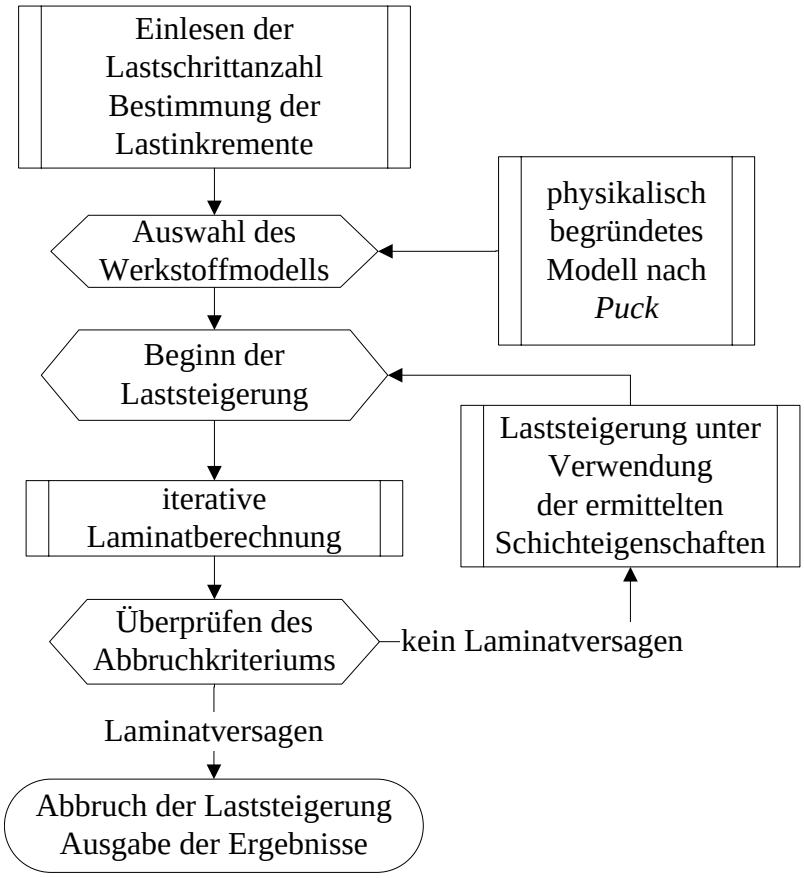


Abbildung 1: Ablaufdiagramm des nichtlinearen Berechnungsalgorithmus

Schichten ein.

2.8 Beschreibung des implementierten Degradationsmodells

Versagt eine Einzelschicht des Laminats auf Zwischenfaserbruch, führt dies nicht zwangsläufig zum Versagen des gesamten Laminats. Die Kriterien für die Bewertung eines Zwischenfaserbruchs und die mechanische Behandlung der betroffenen Schicht nach Eintritt des ersten Versagens wird als Degradationstheorie bezeichnet.

2.8.1 Abbruchkriterien des Degradationsmodells

Die Degradationsrechnung benötigt Kriterien, die das Versagen des Laminats und somit den Abbruch der Laststeigerungsrechnung charakterisieren. Die Software gibt nach erfolgreicher Berechnung, zusätzlich zu den Reservefaktoren, das Kri-

terium an, dass für den Abbruch der Laststeigerung, also das Laminatversagen verantwortlich ist. Die Versagenskriterien sind:

- Faserbruch in einer Schicht des Laminats
- Zfb nach Modus C in einer Schicht des Laminats
- Erreichen der Reststeifigkeiten aller Laminatschichten. Diese entsprechen den Steifigkeiten bei vollständiger Risssättigung.

2.8.2 Theorie und Ablauf der Degradation entsprechend *VDI-Richtlinie 2014 Blatt 3*

Die Degradationsmethode entspricht der von *Puck* 1969 aufgestellten Theorie. Das implementierte Modell berücksichtigt experimentelle Ergebnisse, die in der Dissertation *Knops* ermittelt wurden [Kno03] und entspricht somit dem Stand der *VDI-Richtlinie 2014 Blatt 3*. Die Methode basiert auf gemessenen Abminderungsfaktoren (Abschnitt 2.8.3). Charakterisierend für den Grad der Schädigung wird die fiktive Überanstrengung $(f_E^* - 1)$ verwendet. Dieser fiktive Wert ergibt sich, wenn im Verlauf der Laststeigerung für die geschädigte Schicht mit dem Sekantenmodul, der beim ersten Zfb herrscht, weiter gerechnet wird. Werden die Sekantenmoduln abgemindert, stellen sich in der degradierten Schicht die „realen“ Spannungen ein. Die Methode wird im folgenden detailliert beschrieben.
Für die Verwendung im Rahmen einer Laststeigerungsrechnung, wie sie in *AlfaLam.nl* implementiert ist, wird die Degradation in jedem Lastschritt durchgeführt. Dies bedeutet, dass die Ergebnisse der Degradation keine Auswirkungen auf den nächsten Lastschritt haben, solange die Abbruchbedingungen mit den “realen“ Spannungen nicht erreicht werden. Der Sekantenmodul einer versagten Schicht wird mit Hilfe der fiktiven Überanstrengung $(f_E^* - 1)$ ermittelt. In jedem Lastschritt wird, bis zum Erreichen des Konvergenzkriteriums, die folgende iterative Prozedur durchlaufen. Zunächst wird in bereits versagten Schichten mit dem Sekantenmodul bei Zfb gerechnet. Die Anstrengung der geschädigten Schichten entspricht in diesem Zustand einer fiktiven Überanstrengung. Diese wird verwendet, um mit den gemessenen Parametern für die Abminderung von $E_{\perp s}$ und $G_{\perp\parallel s}$ den jeweiligen Abminderungsfaktor η_E und η_G bestimmen zu können. Die Bestimmung der Abminderungsfaktoren für $E_{\perp s}$ und $G_{\perp\parallel s}$ wird in Abschnitt 2.8.3 detailiert beschrieben. Im nächsten Iterationsschritt wird die degradierte Schicht mit den abgeminderten Moduln berechnet. Auf Grund des Steifigkeitsabfalls vom Sekantenmodul bei Zfb, auf den mit η abgeminderten Sekantenmodul, kommt es im Laminat zu Spannungsumlagerungen. Im Rahmen dieser Iteration der realen Spannungen müssen folgende Punkte beachtet werden:

1. Kommt es infolge der abgeminderten Moduln und der Spannungsumlagerung zu Zfb in noch intakten Schichten, so müssen die Sekantenmoduln der betroffenen Schichten ebenfalls abgemindert werden. Hierbei ist zu beachten, dass die betroffenen Schichten im nächsten Lastschritt wieder als intakt betrachtet werden müssen, da sie bei der Berechnung mit der fiktiven Überanstrengung noch kein Versagen aufgezeigt haben. Die Sekantenmoduln dieser Schichten werden also im nächsten Lastschritt wieder auf den ursprünglichen Wert des letzten Lastschrittes zurück gesetzt.

2. Für die iterative Berechnung der realen Spannungen muss zunächst mit Hilfe der ermittelten Verzerrungen und der Sekantenmoduln bei Zfb wieder eine fiktive Anstrengung der Schicht errechnet werden, um den Abminderungsparameter η bestimmen zu können. Dies ist notwendig, da sonst keine Überanstrengung bestimmt werden kann.

3. Ein Anstieg der Sekantenmoduln im Degradationsbereich ist nicht möglich. Geschieht dies, so wird auf die letzten erreichten Werte der Moduln zurückgegriffen.

Konvergenz für den Lastschritt ist erreicht, wenn sich die Verzerrungen in den degradierten Schichten von einem auf den nächsten Iterationsschritt nicht mehr oder nur noch minimal ändern. Zusätzlich müssen die Konvergenzkriterien der intakten Laminatschichten gleichzeitig erfüllt sein. Ist das Konvergenzkriterium erfüllt, werden die Sekantenmoduln aller Schichten, sowie die Schichtwinkel (für den Fall, dass mit Schichtwinkelanpassung gerechnet wird) wieder auf die Werte zurückgesetzt, die bevor die realen Spannungen des aktuellen Lastschritts ermittelt wurden, in den jeweiligen Schichten erreicht worden sind. Im Anschluss wird die Last gesteigert und die Degradation erneut durchgeführt.

2.8.3 Bestimmung der Abminderungsfaktoren η_E und η_G

Der Zwischenfaserbruch einer eingebetteten UD-Schicht, wird in der Berechnung durch eine Absenkung der Schichtsteifigkeiten $E_{\perp s}$, $G_{\perp\parallel s}$ berücksichtigt. Die Abminderung ergibt sich durch die Multiplikation der Schichtsteifigkeiten mit einem Abminderungsfaktor.

$$E_{\perp sk} = \eta_E \cdot E_{\perp s} \tag{1}$$

$$G_{\perp\parallel sk} = \eta_G \cdot G_{\perp\parallel s} \tag{2}$$

Die Bestimmung der Abminderungsfaktoren erfolgt entsprechend der *VDI-Richtlinie 2014* mit Hilfe von gemessenen Abminderungskurven, die sich mit der folgenden empirischen Beziehung beschreiben lassen.

$$\eta_k = \frac{1 - \eta_{Rk}}{1 + a_k \cdot (f_{EIFF} - 1)^{\xi_k}} + \eta_{Rk} \tag{3}$$

Entsprechend der *VDI-Richtlinie 2014* sind die Abminderungskurven vom Zfb-Modus abhängig. Die Sekantenmoduln werden im Bereich des Modus A jeweils mit einer festen Abminderungskurve degradiert, während $E_{\perp s}$ im Bereich des Modus B nicht abgemindert wird. Der Schubmodul $G_{\perp\|s}$ wird im Modus B mit einer Abminderungskurven mit modifizierten Parametern degradiert.
In *AlfaLam.nl* werden die Empfehlungen der *VDI-Richtlinie* für die Degradation des Schubmoduls $G_{\perp\|s}$ und der Querkontraktionszahl $\nu_{\perp\|}$ **nicht** vollständig eingehalten. Das Programm richtet sich primär nach den Messergebnissen aus der Dissertation *Knops* [Kno03]. Die Querkontraktionszahl $\nu_{\perp\|}$ wird demzufolge nicht degradiert, da der Einfluss auf das Laminatverhalten in Messungen nicht nachweisbar war. Die Messungen der Degradationskurven für den Schubmodul $G_{\perp\|s}$ zeigen eine Abhängigkeit vom Spannungsverhältnis ($\Omega = \sigma_2/\tau_{21}$) in der UD-Schicht (Abb. 2).

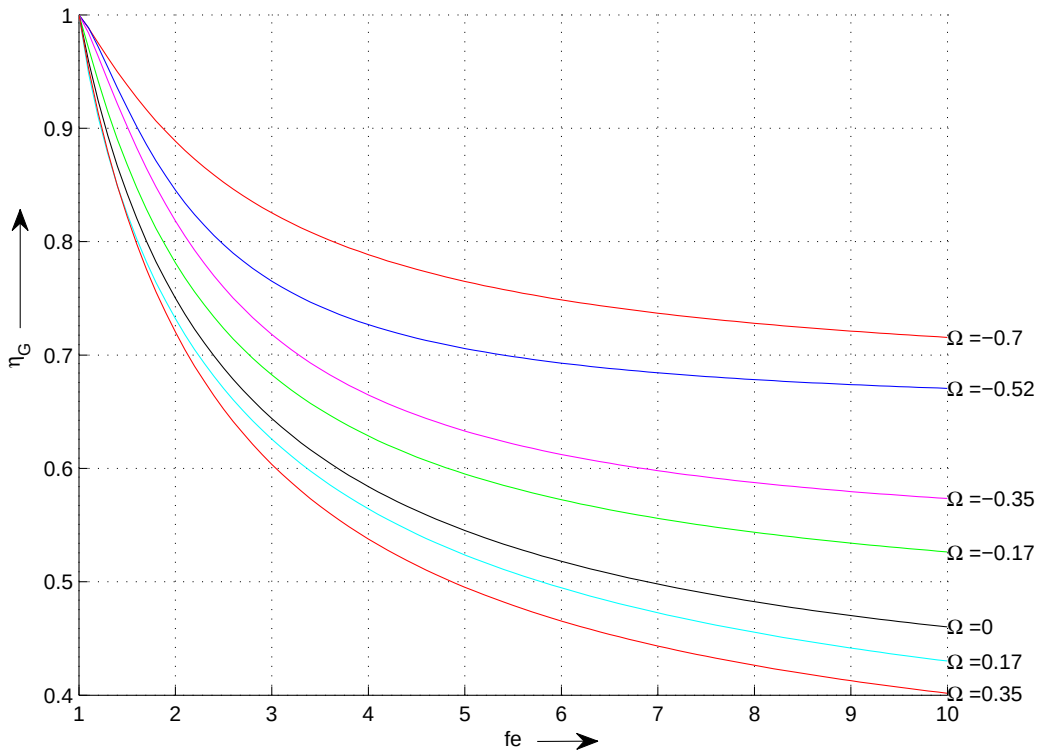


Abbildung 2: Gemessene Abminderungskurven η_G für unterschiedliche Spannungsverhältnisse $\Omega = \sigma_2/\tau_{21}$ (Werkstoff GFK); aus [Kno03]

Für die Einbindung in die Software *AlfaLam.nl* wurde ein Verfahren zur Interpolation der Messwerte entwickelt. Aus den diskreten Parametersätzen der Messung (Abb. 3) wird ein dreidimensionales Feld für beliebige Spannungsverhältnisse erstellt. Die gemessenen Parameter werden hierfür durch Polynome angenähert

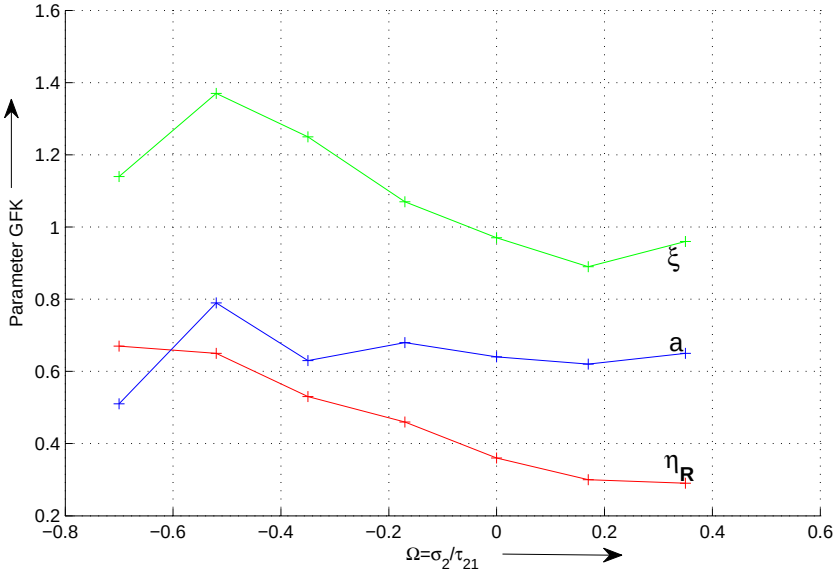


Abbildung 3: Gemessene Parameter der Gleichung (3) für unterschiedliche Spannungsverhältnisse Ω zur Bestimmung der Abminderungskurve η_G

$\eta_{Rk}(\Omega)$, $a_k(\Omega)$, $\xi_k(\Omega)$. Die Funktionen werden in Gleichung (3) eingesetzt. Das auf diese Weise entstandene dreidimensionale Feld ist in (Abb. 4) dargestellt. Die Messwerte decken nicht den kompletten Bereich von Ω ab. Das Feld ist deshalb nur in dem Intervall $(-0.7 <= \Omega <= 0.35)$ gültig. Treten Spannungsverhältnisse außerhalb des Definitionsbereichs auf, werden die jeweiligen Randwerte verwendet. Die Eingabe der Polynome und des Gültigkeitsintervalls werden in Abschnitt 4.2 beschrieben.

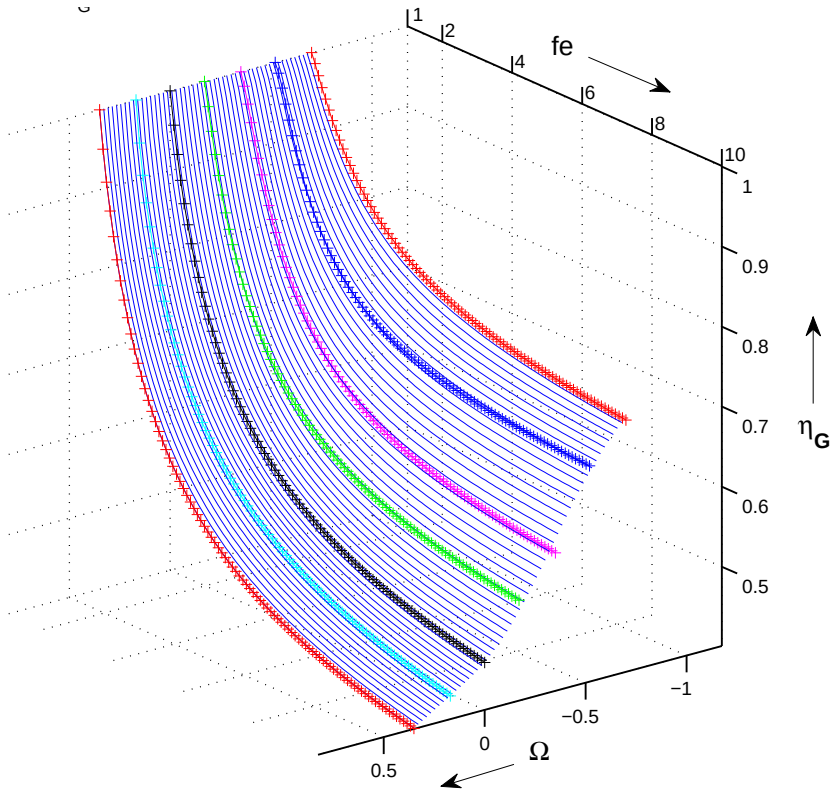


Abbildung 4: Interpoliertes Messwertefeld zur Bestimmung des Abminderungsfaktors η_G

2.9 Ausgabemodul der nichtlinearen Berechnung

Im Fall einer nichtlinearen Berechnung wird immer als erstes eine lineare Berechnung durchgeführt und die Ergebnisse auf dem Tabellenblatt `results_linear` aktualisiert. Die Ergebnisse der nichtlinearen Berechnungen werden auf zwei Tabellenblättern ausgegeben (`results_nonlinear` und `results_lamina_fracture`). Die Aufteilung auf zwei Tabellenblättern ist die Folge des iterativen Laststeigerungsalgorithmus. Es sind zwei unterschiedliche Ausgabevarianten möglich:

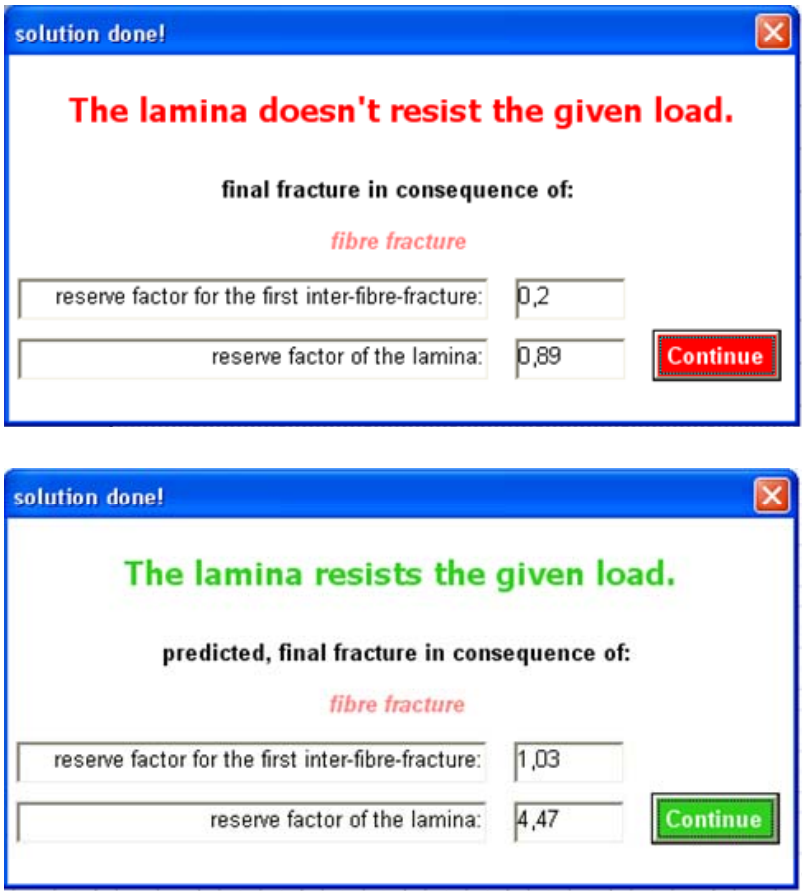


Abbildung 5: Ausgabehinweis entsprechend des Lastniveaus
a Versagenslast ist kleiner als die äußere Last **b** Versagenslast ist größer als die äußere Last

lamina fracture Ist die vorgegebene äußere Last größer als die Versagenslast des Laminats, wird die Berechnung bei Erreichen der Versagenslast abgebrochen. Für diesen Fall wird eine Warnung ausgegeben, dass das Laminat

der äußeren Last nicht „standhält“ (Abb. 5). Die Ergebnisse auf den Tabellenblättern `results_nonlinear` und `results_lamina_fracture` entsprechen jeweils der Versagenslast. Wird ohne Degradation gerechnet, wird als Versagenskriterium der erste Zwischenfaserbruch verwendet. Die Warnung bezieht sich in diesem Fall darauf, dass das Laminat auf Zwischenfaserbruch versagt, bevor es die äußere Last erreicht hat.

save lamina Ist die vorgegebene äußere Last kleiner als die Versagenslast des Laminats, wird die Last automatisch gesteigert, um den Reservefaktor (siehe Abschnitt 2.5) bestimmen zu können. Für diesen Fall wird ein Hinweis ausgegeben (Abb. 5) und auf dem Tabellenblatt `results_nonlinear` werden die Ergebnisse entsprechend der äußeren Last ausgegeben. Auf dem Tabellenblatt `results_lamina_fracture` entsprechen die Ergebnisse der Versagenslast. Wird ohne Degradadtion gerechnet, wird die Berechnung bei Erreichen des ersten Zwischenfaserbruchs gestoppt. Die Versagenslast bezieht sich in diesem Fall auf das entsprechende Lastniveau.

Für die nichtlineare Berechnung wird zusätzlich der Reservefaktor ausgegeben und der Verlauf der einzelnen Schichtspannungen in einem Zwischenfaserbruch-Diagramm angezeigt (siehe Tabellenblatt `fracture_curves`). Optional kann auch das Last-Verzerrungsverhalten des Laminats in einem Diagramm angezeigt werden (siehe `charts_stress_strain`).

2.10 Berechnung von Plattenbelastungen mit dem nichtlinearen Berechnungsmodul

Im Fall von Plattenbelastungen stellen sich Spannungs- sowie Verzerrungsgradienten über der Wanddicke der einzelnen Schichten ein. Die Klassische Laminattheorie und die Festigkeitsanalyse von Laminaten reduzieren die Eigenschaften der Einzelschichten für die Berechnung jedoch auf diskrete Werte. Dies führt besonders bei der Laminatanalyse mit nichtlinearem Werkstoffverhalten und bei der Bestimmung des Schwächungsfaktors (Berücksichtigung des Einflusses von faserparallelen Spannungen auf den Zfb, siehe *VDI-Richtlinie 2014 Blatt 3*) zu Problemen. Während der Berechnung mit nichtlinearem Werkstoffverhalten werden in jedem Iterationsschritt die Sekantenmoduln der UD-Schichten an Hand der ermittelten Schichtverzerrungen neu bestimmt. Es stellt sich nun die Frage, welcher Wert, im Fall der Plattenbelastung, für die UD-Schicht verwendet wird, der Modul auf der Ober- oder der Modul auf der Unterseite einer Schicht (Abb. 6).
Für die Bestimmung der Zfb-Anstrengung, unter Berücksichtigung der Abminderung durch überlagerte faserparallele Spannungen, muss zusätzlich bestimmt

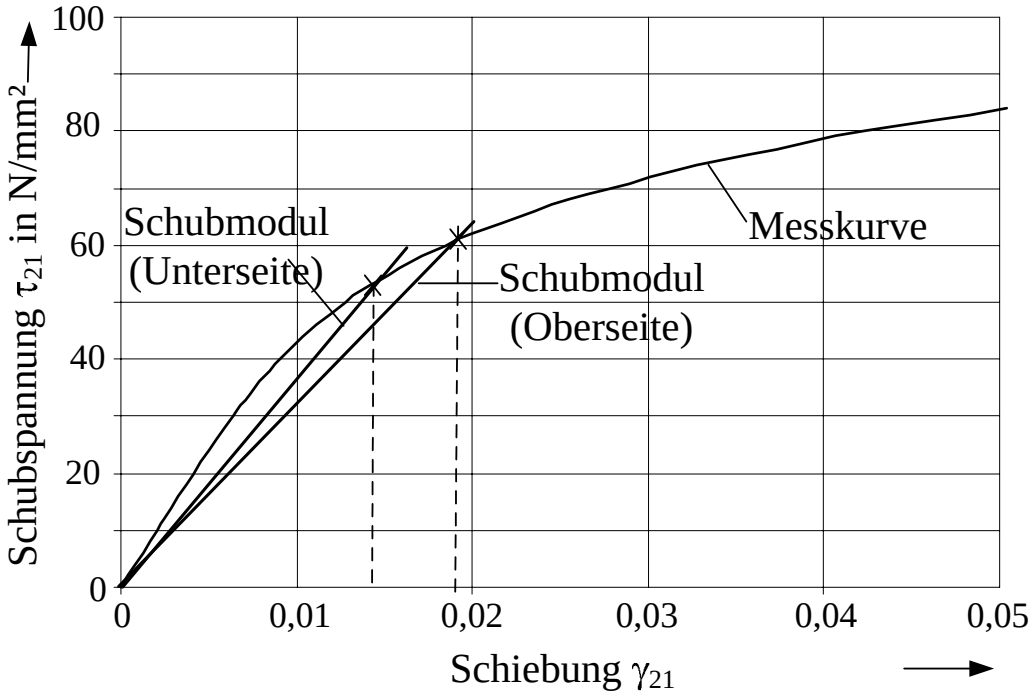


Abbildung 6: Unterschiedliche Schubmoduln an der Schichtunter- bzw. Schichtoberseite infolge einer Verdrillung der UD-Schicht

werden, ob abgemindert wird, Fb vor Zfb auftritt oder nicht abgemindert wird (Abb. 7).

Zur Lösung dieser Problematik werden zur Zeit noch Untersuchungen durchgeführt. Da die Testreihe aktuell noch nicht vollständig abgeschlossen ist, wird in *AlfaLam.nl VDI2014* derzeit die Methode der maximalen Anstrengung verwendet. Der Berechnungsalgorithmus selektiert die Schichtseite mit der höheren Anstrengung und verwendet sie für die Berechnung. Sollten bis zum Abschluss der Testreihe, bzw. der Implementierung der neuen Berechnungsmethode, Probleme bei der Berechnung von Plattenbelastungen auftreten, wird dem Benutzer empfohlen den Laminataufbau manuell feinschichtig einzugeben, d.h. die einzelnen UD-Schichten sollten weiter unterteilt werden.

Ein weiterer Effekt, der bei der nichtlinearen Berechnung von Plattenbelastungen unbedingt berücksichtigt werden muss, ist, dass sich die Neutralebenen infolge von Spannungsumlagerungen verschieben. Durch die Verschiebung ändert sich der elastische Hebelarm und es entstehen Zusatzmomente. Dies ist besonders im Rahmen von Stabilitätsberechnungen wichtig. Nach Abschluss der Untersuchungen werden die Zusatzmomente und die Lage der neutralen Faser zusätzlich ausgegeben.

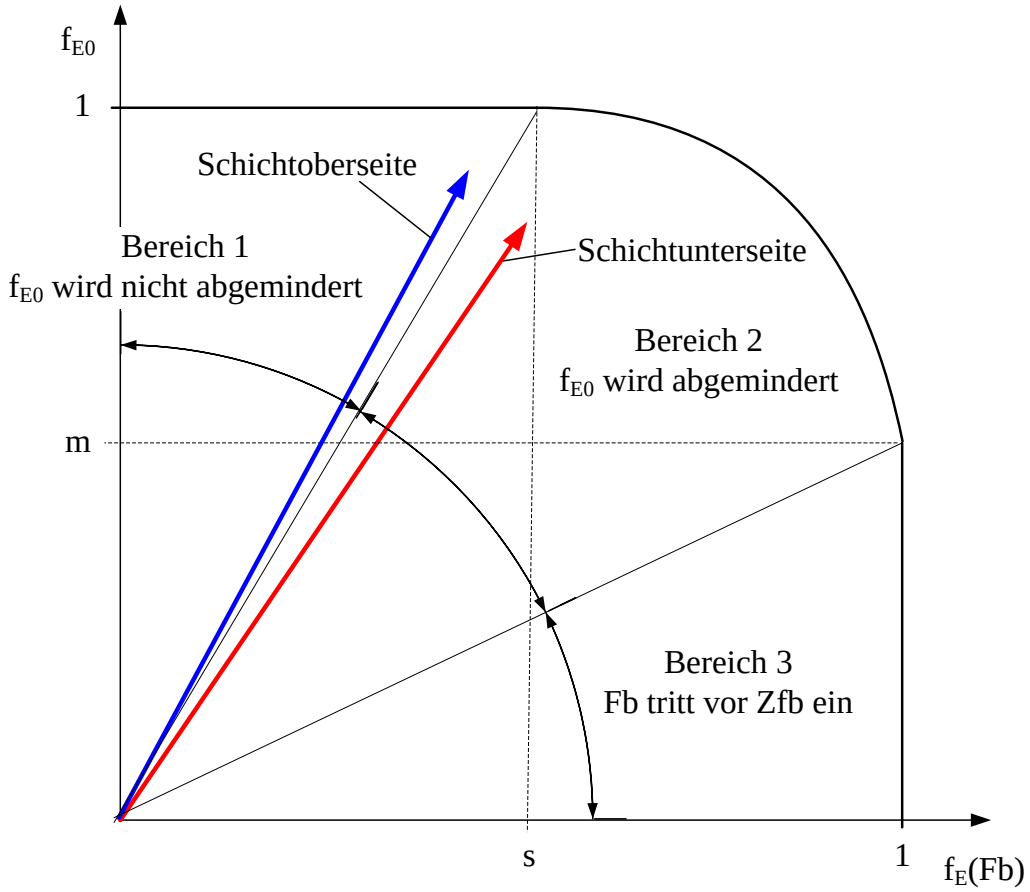


Abbildung 7: Fallunterscheidung für die Abminderung infolge faserparalleler Anstrengung

3 Funktionsweise

3.1 Programmfunktion und Programmaufbau

Das vorliegende Excel-Programm ermöglicht die Analyse eines Mehrschichtenverbundes als Scheiben- oder Plattenelement nach Klassischer Laminattheorie (CLT). Es gliedert sich in mehrere Tabellenblätter.
Im ersten Tabellenblatt `laminate_lay_up` erfolgt die Eingabe aller für die Berechnung benötigten Daten. Die Ergebnisse der Berechnung werden in den Tabellenblättern `results_linear`, `results_nonlinear` und `results_lamina_fracture` numerisch dargestellt. Auf dem Tabellenblatt `fracture_curves` werden die Ergebnisse in der (σ_2, τ_{21})-Bruchkurve für jede Laminatschicht dargestellt. Das Tabellenblatt `material` ist ein Hilfsblatt, in dem die Kennwerte verschiedener UD-Schichten abgelegt sind.

Achtung: Die von *AlfaLam.nl VDI2014* vorgegeben Werte sind Empfehlungen für ausgewählte Standardwerkstoffe. Für die Auslegung eines Bauteils müssen die gemessenen Werte der verwendeten Werkstoffkombination eingetragen werden!

3.2 Standardanalyse

Nach Festlegung des Laminataufbaus erfolgt die Eingabe der Belastungen des Mehrschichtenverbundes. Die Berechnung wird durch Anklicken der Befehlsschaltfläche `start nonlinear analysis` oder `start linear analysis` gestartet. Alle optionalen Parameter der Laminatanalyse sind von *AlfaLam.nl VDI2014* auf Standardwerte voreingestellt worden.

4 Bedienungshinweise zu den Tabellenblättern

Alle Eingaben lassen sich über die Tabellenblätter der Excel-Datei steuern. Wird die Datei gespeichert, so werden alle Zellinhalte auf allen Tabellenblättern gespeichert. Einstellungen von „Steuerelementen“ werden nicht gespeichert. Das bedeutet, dass diese Einstellungen nach einem erneuten Laden der Excel-Datei auf die Standardwerte zurückgesetzt werden. Sollen die Einstellungen erhalten bleiben, besteht die Möglichkeit die Standardwerte mit `save settings` zu überschreiben (Abb. 13).
Zu Gunsten eines schnellen Überblicks sind alle relevanten Zellen der Tabellenblätter, entsprechend ihrer Bedeutung, farblich hinterlegt. Es wird unterschieden zwischen:

- **Pflichtzellen** (gelb: müssen für die Berechnung zwingend ausgefüllt sein)
- **optionalen Eingabezellen** (grün: je nach Problemstellung können Werte eingegeben werden)
- **Ausgabezellen** (blau: Ergebnisse der Berechnung werden angezeigt)

Die Ausgabezellen werden nicht automatisch aktualisiert, sondern nur nachdem die Berechnung manuell gestartet wurde.

4.1 laminate lay-up

Das Tabellenblatt `laminate_lay_up` wird zur Eingabe aller Berechnungsparameter genutzt. Die Eingabeparameter werden im Folgenden detailiert, entsprechend ihrer Bezeichnung beschrieben.

4.1.1 loads

Die äußeren Lasten werden als Kraftflüsse entsprechend der *VDI-Richtlinie* eingegeben. Als Referenzebene wird die geometrische Mitte des Laminats gewählt. Die Vorgabe einer Last ist im Fall einer nichtlinearen Berechnung zwingend erforderlich, da der Berechnungsalgorithmus auf Basis einer inkrementelle Laststeigerung arbeitet (Abschnitt 2.6). Berechnungen mit linearem Werkstoffgesetz benötigen keine Lastvorgabe.

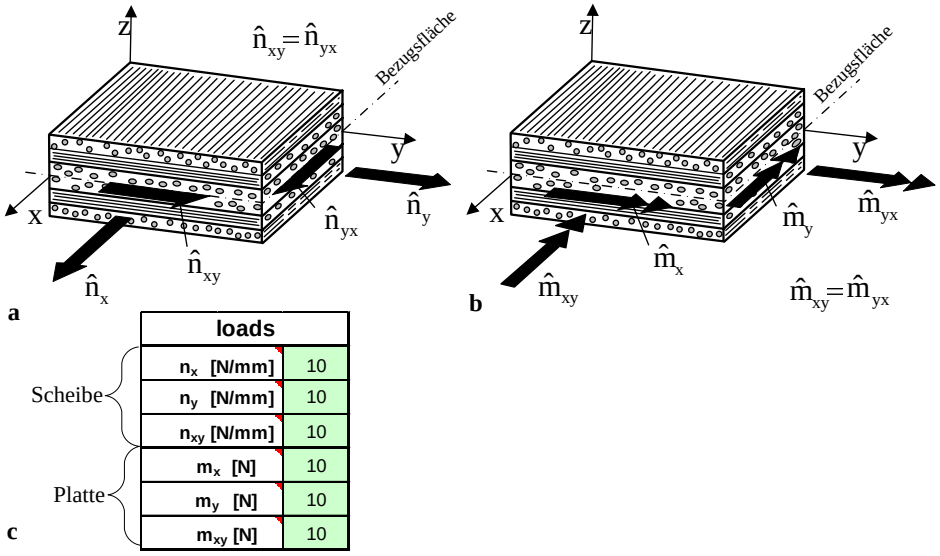


Abbildung 8: Ebene Beanspruchung eines Scheiben-Plattenelements
a durch Schnittkraftflüsse $\{\hat{n}\}$ **b** durch Schnittmomentenflüsse $\{\hat{m}\}$; gezeigt sind die positiven Schnittufer und die positiven Wirkrichtungen ; entnommen aus [Sch07] **c** Eingabemaske in *AlfaLam.nl* entsprechend der eingeführten Definitionen

4.1.2 laminate lay-up

In diesem Teil des Tabellenblatts wird der Laminataufbau eingegeben. Es besteht die Möglichkeit bis zu 20 Schichten einzugeben. Es ist erforderlich mindestens die erste Schicht einzutragen, damit eine Berechnung möglich ist. Da *AlfaLam.nl* auch unsymmetrische Laminate berechnen kann, muss der Anwender für den Fall, dass ein symmetrischer Laminataufbau berechnet werden soll, diesen auch symmetrisch eingeben (Abb. 9). Der Laminataufbau darf keine „Lücken“ in Form von nicht ausgefüllten Zeilen enthalten, da die Software nur zusammenhängende Laminate, beginnend mit der ersten Schicht, in der Berechnung berücksichtigt.
Die Eigenschaften des Laminats werden schichtweise eingegeben. In der ersten Spalte wird die Wanddicke eingetragen und in der zweiten die Orientierung der

a

laminate lay-up					thermal loads
lamina	t_k [mm]	α	φ	material	ΔT [K]
1	1	90	0,6	1	0
2	1	0	0,6	1	0
3	1	0	0,6	1	0
4	1	90	0,6	1	0
5					
6					
7					
8					
9					
10					
11					
12					
13					
14					
15					
16					
17					
18					
19					
20					
t [mm]	4				

b

info	
material	no.
E-Glas / EP	1
E-Glas/LY556/HY917/DY070	2
E-Glas/MY750/HY917/DY063	3
E-Glas/LY556/HT907/DY063	4
AS4/3501-6	5
T300/LY556	6
T300/BSL914C	7
0	8
0	9
0	10

Abbildung 9: Eingabemaske des Laminataufbaus **a** Schichtenweise Auswahl des Werkstoffs sowie der Fertigungsparameter **b** Kurzinformation der zur Verfügung stehenden Werkstoffe

UD-Schicht entsprechend Abb. 10. In der dritten Spalte wird der Faservolumenanteil der Schicht eingetragen. In der vierten Spalte wird der Schichtwerkstoff ausgewählt. Auf dem Tabellenblatt `materials` können die Werkstoffeigenschaften selbst definiert (Abschnitt 4.2) oder auf die voreingestellten Werkstoffe zurückgegriffen werden. Die von *AlfaLam.nl* vorgegeben Werte sind Empfehlungen für ausgewählte Standardwerkstoffe. Für die Auslegung eines Bauteils müssen die gemessenen Werte der verwendeten Werkstoffkombination verwendet werden. Als Kurzinformation werden die zur Verfügung stehenden Werkstoffe auf dem Tabellenblatt `laminate_lay_up` mit der entsprechenden Kennziffer angezeigt (Abb. 9). Die benötigte Kennziffer für den Eintrag in der Spalte *materials* kann somit schnell abgelesen werden. Ein Kombination verschiedener Werkstoffe im Laminataufbau ist möglich. In der letzten Spalte können die thermischen Eigenspannungen des Laminats berücksichtigt werden. Für die Bestimmung der Eigenspannungen muss die verursachende Temperaturdifferenz eingegeben werden. Positive Werte entsprechen einer Erwärmung und negative Werte einer Abkühlung des Laminats. Die Temperaturdifferenz wird nur für die Bestimmung der Eigenspannungen verwendet. Die Werkstoffeigenschaften (SteifigkeitenFestigkeiten) werden **nicht** an die Temperaturdifferenz angepasst.

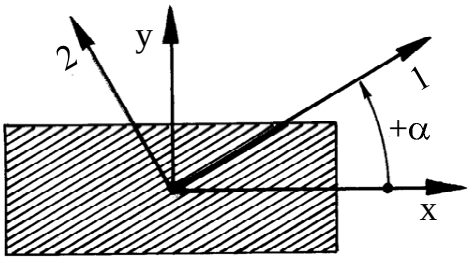


Abbildung 10: Festlegung eines positiven Faserwinkels α für eine Rotation um die z-Achse

4.1.3 optionale Einstellungen

Die optionalen Einstellungen auf dem Tabellenblatt `laminate_lay_up` gliedern sich thematisch in drei Gruppen, die theoretischen Optionen, die Programmsteuerungs- und die Auswertungsoptionen (Abb. 11).

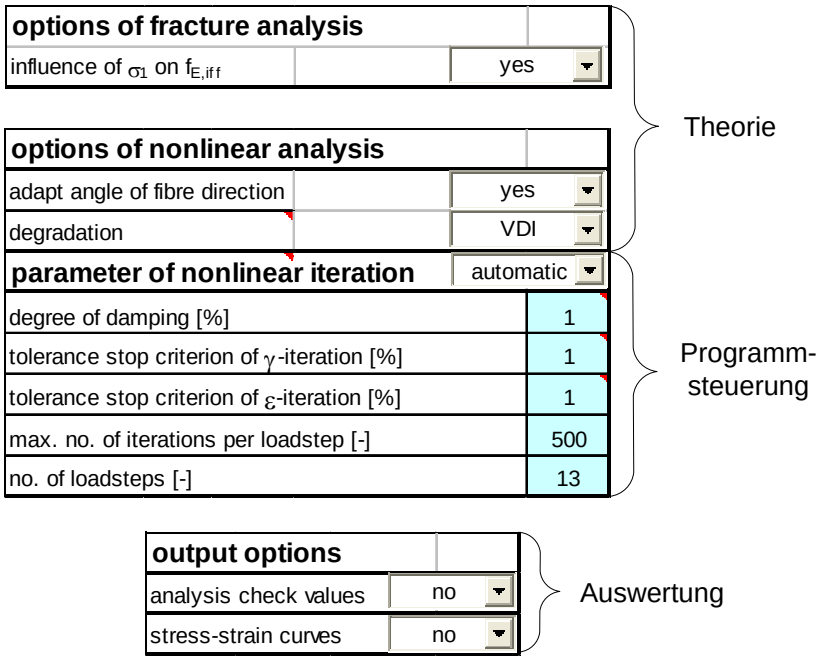


Abbildung 11: Thematische Einteilung der Berechnungsoptionen

Die theoretischen Optionen bieten dem Anwender die Möglichkeit die Berechnung an seine spezifischen Kriterien anzupassen, indem er sie aktiviert oder deaktiviert. Die theoretischen Grundlagen sind in Abschnitt 2 zu finden.
Die Programmsteuerungsoptionen sind in *parameter of nonlinear iteration* zu-

sammengefasst. Sie beeinflussen die Genauigkeit und die Geschwindigkeit der Berechnung. Hier gilt es einen guten Kompromiss zu finden. Als Standardeinstellung besteht die Möglichkeit, die Parameter von *AlfaLam.nl* automatisch bestimmen zu lassen. Für die automatische Anpassung der Parameter wurden spezielle Algorithmen entwickelt, die alle Parameter auf Basis der Ergebnisse der separaten, linearen Rechnung bestimmt. Wird mit den ermittelten Einstellungen keine Konvergenz erzielt, korrigiert *AlfaLam.nl* die Parameter automatisch und startet einen erneuten Berechnungsversuch. Wird nach zehn Versuchen keine Lösung gefunden, wird die Berechnung abgebrochen. Zur Dokumentation der von *AlfaLam.nl* automatisch ermittelten Parameter werden diese im Anschluss an eine erfolgreiche Berechnung in die Eingabemaske eingetragen. Konvergiert die Rechnung nicht, oder der Benutzer möchte Genauigkeit und Geschwindigkeit selbst beeinflussen, so besteht die Möglichkeit das Konvergenzverhalten manuell zu beeinflussen.

degree of damping Das nichtlineare Werkstoffverhalten wird mit einem von *Puck* entwickelten Werkstoffmodell berechnet (Abschnitt 2.6). Die Sekantenmoduln werden an Hand der wirkenden Anstrengung bestimmt. Es besteht somit das Problem, dass bei den üblicherweise „flach“ verlaufenden Werkstoffkennlinien während der Iteration, infolge eines „Überschätzen“ der Spannungswerte, die auftretenden Verzerrungen überproportional vergrößert werden. Dies führt zu Konvergenzproblemen des Berechnungsalgorithmus. Die eingeführte Dämpfung mindert die überproportionale Verzerrungszunahme in einem Rückschrittverfahren numerisch ab. Das Verfahren wirkt sich nur auf UD-Schichten aus, in denen noch kein Zfb aufgetreten ist. Als Standardwert wird der Dämpfungsgrad eins gewählt. Höhere Werte führen zu einer kleineren Dämpfung und kleinere Werte zu einer größeren Dämpfung.

tolerance stop criterion Die nichtlineare Berechnung wird iterativ durchgeführt. Deshalb ist es nötig ein Abbruchkriterium zu definieren. In *AlfaLam* wird die Abweichung zwischen der ermittelten Verzerrung und der Messkurve verwendet. Die Verzerrung der Messkurve ergibt sich, wie in Abb. 12 zu sehen ist, durch eine Projektion des Spannungswerts auf die gemessene Kurve. Unterschreitet die Differenz für die Schiebung und die Querdehnung den vom Benutzer vorgegebenen prozentualen Wert, wird der Iterationsschritt als erfolgreich gewertet. Besteht das Laminat aus mehreren Schichten, wird die Iteration solange fortgeführt, bis das Abbruchkriterium in allen Schichten gleichzeitig erfüllt ist.

max. no. of iterations per loadstep Die Zahl legt fest wieviele Iterationen maximal innerhalb eines Lastschrittes durchgeführt werden dürfen. Wird die Zahl zu klein gewählt, kann dies zu einem Programmabbruch führen.

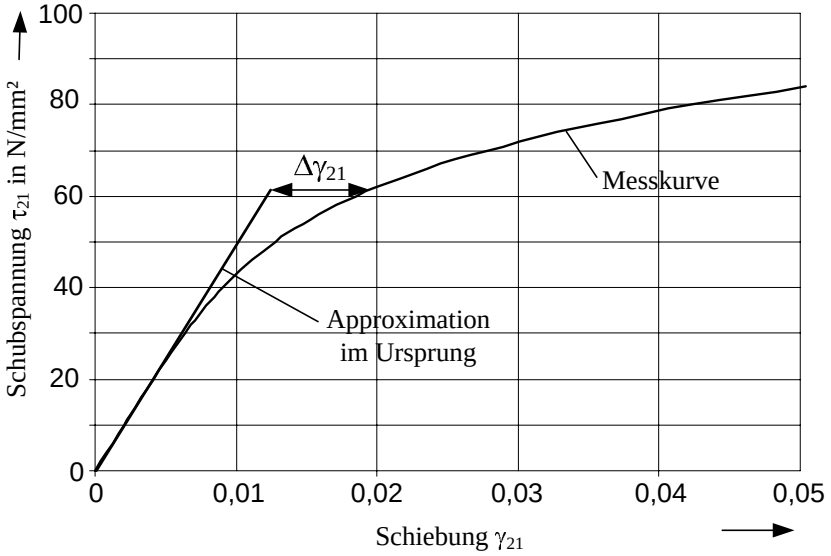


Abbildung 12: Darstellung des Abbruchkriteriums für die nichtlineare Berechnung am Beispiel der Schiebung

no. of loadsteps Der nichtlineare Berechnungsalgorithmus verwendet eine inkrementelle Laststeigerung. Das Lastinkrement wird festgelegt, indem die in *loads* vorgegebenen Last durch die hier vorgegebene Anzahl der Lastschritte geteilt wird.

Die Auswertungsoptionen bieten dem Anwender die Möglichkeit eine ausführlich Analyse der iterativen Berechnung durchzuführen. Für die Anzeige der zusätzlichen Tabellenblätter muss die Ausgabeoption vor der Berechnung aktiviert werden. Die zusätzlichen Ausgaben verlangsamen die Berechnung erheblich und benötigen zusätzlichen Speicherplatz. Die Ausgabe sollte deshalb nur bei Bedarf gezielt eingesetzt werden. Eine ausführliche Beschreibung der zusätzlich Tabellenblätter ist in Abschnitt 4.5 zu finden.

4.1.4 Command Buttons

Für die Steuerung von *AlfaLam.nl*, d.h. die Ausführung des entwickelten VBA-Quellcodes, werden *command buttons* verwendet (Abb. 13).

start linear analysis Soll eine lineare Berechnung durchgeführt werden, so wird nur das Tabellenblatt `results_linear` und das Informationsfeld *adapted lamina properties* (Abb. 14) aktualisiert. Die Steifigkeits- und Festigkeitskennwerte des vorgegeben Laminataufbaus werden hier entsprechend der getroffenen Werkstoffauswahl und des Faservolumenanteils zur Kontrolle ausgegeben.

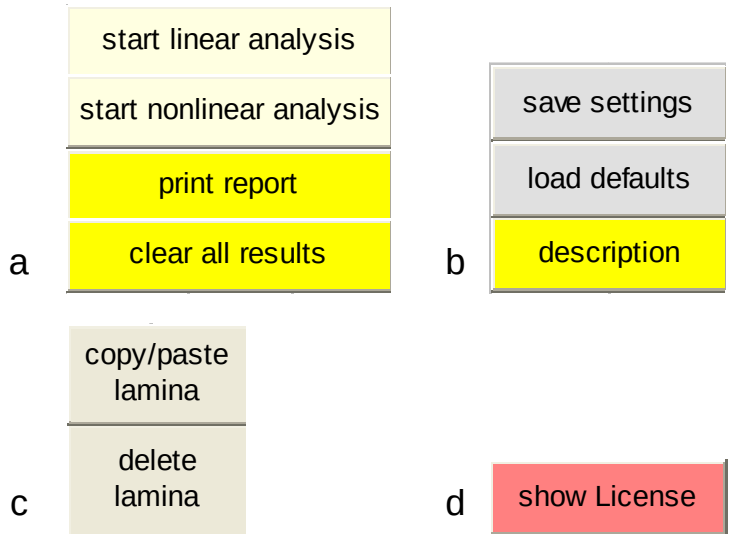


Abbildung 13: Command buttons zur Steuerung der Software **a** Start der Berechnung und Handhabung der Ergebnisse **b** Verwaltung der Berechnungsoptionen **c** Editieren des Laminataufbaus **d** Anzeigen der Lizenz

start nonlinear analysis Wird eine nichtlineare Berechnung gestartet, so wird automatisch im ersten Schritt eine lineare Rechnung durchgeführt. Als Ergebnis werden zusätzlich zu den linearen Ergebnissen die Tabellenblätter `results_nonlinear`, `results_lamina_fracture` und `fracture_curves` aktualisiert.

print report Die Ergebnisse können unabhängig von der Exceldatei archiviert werden. Hierfür kann der *command button* „print report“ verwendet werden. Der Benutzer kann durch Auswahl der Tabellenblätter die Berechnung in Form eines Ausdrucks archivieren. Alternativ kann durch Auswahl eines „pdf-Druckers“ ein pdf-Dokument erzeugt werden, indem die Ergebnisse gespeichert werden. Voraussetzung hierfür ist, dass auf dem Rechner eine entsprechende Software zur Verfügung steht (z.B. die freeware „PDF Creator“). Die gleiche Funktion ist auch auf den Ergebnis-Tabellenblättern zu finden.

clear all results Der *command button* löscht aller Berechnungsergebisse der angezeigten Tabellenblätter. Die Funktion ermöglicht eine Speicherplatz optimierte Ablage der Software AlfaLam.nl, da die Dateigröße mit der Anzahl der ausgefüllten Zellen korreliert.

Handhabung der Berechnungsoptionen Die optionalen Einstellungen werden durch Speichern der Excel-Datei nicht gesichert, sondern auf die von *Al-*

adapted lamina properties (adapted from choosen φ)									
lamina	$E_{\parallel}$	$E_{\perp}$	$G_{\perp\parallel}$	$\nu_{\perp\parallel}$	$R_{\parallel}^{t}$	$R_{\parallel}^{c}$	$R_{\perp}^{t}$	$R_{\perp}^{c}$	$R_{\perp\parallel}$
1	44480	13219	5562	0,25	1100,0	1000	54	150	75
2	44480	13219	5562	0,25	1100,0	1000	54	150	75
3	44480	13219	5562	0,25	1100,0	1000	54	150	75
4	44480	13219	5562	0,25	1100,0	1000	54	150	75
5									
6									
7									
8									
9									
10									
11									
12									
13									
14									
15									
16									
17									
18									
19									
20									

Abbildung 14: Kontrollausgabe der an den Faservolumenanteil φ angepassten Werkstoffkennwerte

faLam.nl gewählten Standardeinstellungen zurückgesetzt. Sollen die persönliche Einstellungen gesichert werden, so können diese durch Auswahl von „save settings“ gespeichert werden. Die Voreinstellungen von *AlfaLam.nl* die mit *load defaults* wiederhergestellt werden können, werden dann mit den persönlichen Einstellungen überschrieben.

Editieren des Laminataufbaus Für eine vereinfachte Eingabe des Laminataufbaus wurden *command buttons* zum kopieren und löschen von einzelnen Laminatschichten entwickelt. Der Vorteil der Sonderfunktionen besteht darin, dass die Zellformatierungen nicht überschrieben werden und nur die Werte der Tabelle editiert werden.

show License Informationen zu den Lizenzbedingungen erhalten Sie durch Auswahl des *command buttons*.

4.2 material

Die Werkstoffparameter werden für die, als homogen angenommene, UD-Schicht eingegeben. Das Tabellenblatt gliedert sich in drei Tabellen. Die obere Tabelle wird zur Eingabe der Schicht-Steifigkeiten verwendet, die mittlere fasst alle für

die Bruchanalyse relevanten Parameter zusammen und die untere dient zur Eingabe aller für die Degradationsrechnung benötigten Parameter. Für die Eingabe eines Werkstoffs ist es deshalb erforderlich alle Tabellen auszufüllen. Abhängig von den Berechnungsoptionen die im Tabellenblatt `laminate_lay_up` eingestellt wurden, sind nicht alle Parameter für die Berechnung erforderlich. Nicht benötigte Parameter werden automatisch mit einer Schraffur hinterlegt, um den Benutzer darüber zu informieren, dass die Parameter nicht für die Berechnung notwendig sind. Der Name des Werkstoffs wird dabei in den unteren Tabellen automatisch, entsprechend der oberen Tabelle, aktualisiert. Im Folgenden werden die einzelnen Abschnitte beschrieben.

stiffness of the UD-lamina In der Tabelle werden die konstanten Grundelastizitäten der UD-Schicht eingetragen (Abb. 15). Für den Fall einer nichtlinearen Berechnung müssen die Ursprungsmoduln verwendet werden. Als letzter Wert in der Tabelle muss die Dichte der Schicht eingetragen werden. Dieser Wert hat keinen Einfluss auf die Laminatberechnungen und wird nur für die Ausgabe einer gemittelten Laminatdichte verwendet.

stiffness of the UD lamina *						
no.	material	$E_{\parallel}$	$E_{\perp}$	$G_{\perp\parallel}$	$\nu_{\perp\parallel}$	ρ
1	E-Glas / EP	44480	13219	5562	0,25	2
2	E-Glas/LY556/HY917/DY070	40352	15219	5622	0,278	2
3	E-Glas/MY750/HY917/DY063	45600	16200	5830	0,278	2
4	E-Glas/LY556/HT907/DY063	53480	17700	5830	0,278	2
5	AS4/3501-6	126000	11000	6600	0,28	2,00
6	T300/LY556	125000	7400	4800	0,34	2,00
7	T300/BSL914C	138000	11000	5500	0,28	2,00
8						
9						
10						

Abbildung 15: Grundelastizitäten der UD-Schicht

nonlinear parameters Eine ausführliche Beschreibung der Parameter und deren Bestimmung ist in [PM06] zu finden. An dieser Stelle soll eine kurze Übersicht, entsprechend der Einteilung in Abb. 16, gegeben werden. Die Sekantenmoduln bei Zwischenfaserbruch werden direkt den einachsigen Versuchsdaten entnommen. Der Schwellenwert der nichtlinearen Berechnung kennzeichnet den Beginn des nichtlinearen Werkstoffverhaltens und wird durch den Anstrengungswert beschrieben, der im Moment des Übergangs

parameters of the nonlinear analysis according to Puck/Mannigel											
$E_{\perp s}$ $f_E=1$ (+)	$E_{\perp s}$ $f_E=1$ (−)	$G_{\perp\parallel s}$ $f_E=1$	$f_{E\ thr}$ ($\sigma_2{}^t$)	$f_{E\ thr}$ ($\sigma_2{}^c$)	$f_{E\ thr}$ (τ_{21})	n ($\sigma_2{}^t$)	n ($\sigma_2{}^c$)	n (τ_{21})	C_i ($\tau_{21}{}^t$)	C_i ($\tau_{21}{}^c$)	C_i (σ_2)
12083	12083	1824,78	0,4827	0,4827	0,4792	2,36	2,36	1,355	0,49	0,49	0,5
12941	6574	1748	0,43	0,127	0,27	2,36	2,36	2,08	0,49	0,49	0,5
16000	12083	1825	0,48	0,48	0,48	2,36	2,36	1,35	0	0	0
17700	17690	1895	0,8	0,8	0,48	2,36	2,36	1,355	0	0	0
11009	10000	3950	0,05	0,05	0,1	2,18	2,18	1,59	0	0	0
5000	3587	2236	0,05	0,05	0,1	2,18	2,18	1,59	0,74	0,74	0,53
11020	11001	2000	0,05	0,05	0,1	2,18	2,18	1,59	0	0	0
Sekantenmoduln bei f_E=1			Schwellenwert der nichtlinearen Berechnung			Parameter der nichtlin. Werkstoffkennlinie			Interaktionsfaktoren		

Abbildung 16: Parameter für die nichtlineare Berechnung nach *Puck* [PM06]

von der linearen zur nichtlinearen Berechnung vorliegt. Die Parameter n werden experimentell bestimmt und zur Anpassung an die Messwerte genutzt. Die Interaktionsfaktoren C_i können genutzt werden, um eine nichtlineare Berechnung ohne Interaktion durchführen zu können. Das verwendete Werkstoffmodell berücksichtigt das nichtlineare Werkstoffverhalten und die Interaktion zwischen der Schubspannung τ_{21} und der Querspannung σ_2. Für den Fall, dass nichtlineare Messdaten vorliegen, aber keine ausreichenden Versuchsdaten zur Interaktion, kann der Einfluss für die Rechnung deaktiviert werden. Dazu müssen die Werte für C_i auf null gesetzt werden.

strength of the UD-lamina Die Festigkeiten der UD-Schicht werden hier mit ihrem Betrag eingegeben (Abb. 17).

parameters fracture analysis Die Bruchanalyse beinhaltet die Faser- und Zwischenfaserbruch-Analyse, den Einfluss der faserparallelen Spannung auf den Zwischenfaserbruch und den Einfluss von Eigenspannungen (Abb. 17). Für die Verwendung des Wirkebenenkriteriums nach *Puck* werden die Steigungsparameter $p^c_{\perp\parallel}$, $p^t_{\perp\parallel}$ benötigt. Der Bereich in dem die faserparallele Spannung einen Einfluss auf den Zwischenfaserbruch hat, wird mit Hilfe der Faktoren *m* und *s* abgegrenzt (*VDI 2014 Blatt 3*). Sollen thermische Eigenspannungen berücksichtigt werden, ist es erforderlich die thermischen Ausdehnungskoeffizienten der UD-Schicht einzutragen.

parameters degradation Nach erfolgtem Zwischenfaserbruch beginnt die Degradation der Schichtsteifigkeiten $E_{\perp s}$, $G_{\perp\parallel s}$. Die Berechnung der degradierten Werte erfolgt mit dem in Abschnitt 2.8 beschrieben Modell. Die

strength of the UD lamina *							parameters fracture analysis						
									influence of σ_1		thermal parameters		
no.	material	$R_{\parallel}^{t}$	$R_{\parallel}^{c}$	$R_{\perp}^{t}$	$R_{\perp}^{c}$	$R_{\perp\parallel}$	$p_{\perp\parallel}^{c}$	$p_{\perp\parallel}^{t}$	m	s	$\alpha_{\parallel}$	$\alpha_{\perp}$	corresponding φ
1	E-Glas / EP	1100	1000	54	150	75	0,25	0,3	0,5	0,5	8,60E-06	2,60E-05	0,6
2	E-Glas/LY556/HY917/DY070	1100	800	52,8	142,5	77,5	0,25	0,3	0,5	0,5	8,60E-06	2,60E-05	0,54
3	E-Glas/MY750/HY917/DY063	1280	800	40	145	73	0,25	0,3	0,5	0,5	8,60E-06	2,64E-05	0,6
4	E-Glas/LY556/HT907/DY063	1140	570	35	114	72	0,25	0,3	0,5	0,5	8,60E-06	2,64E-05	0,62
5	AS4/3501-6	1950	1480	48	200	79	0,3	0,25	0,5	0,5	-1,00E-06	2,60E-05	0,6
6	T300/LY556	1100	1000	51	165	85	0,3	0,25	0,5	0,5	-1,00E-06	2,60E-05	0,6
7	T300/BSL914C	1500	900	27	200	80	0,3	0,25	0,5	0,5	-1,00E-06	2,60E-05	0,6
8	0												
9	0												
10	0												

Basisfestigkeiten der UD-Schicht — Bruchanalyse — Eigenspannungen

Abbildung 17: Eingabemaske aller für die Bruchanalyse relevanten Parameter

benötigten Parameter der Degradation werden in Abb. 18 getrennt nach den Werten für η_E und η_G eingetragen. Die Parameter für die Degradation von $E_{\perp s}$ entsprechen der Empfehlung der *VDI-Richtlinie*. Der Schubmodul $G_{\perp\parallel s}$ wird mit Hilfe des interpolierten Feldes abgemindert (Abschnitt 4). Als erstes wird das Gültigkeitsintervall für Ω festgelegt.

$$\Omega_{min} <= \Omega <= \Omega_{max} \tag{4}$$

Die weiteren Spalten dienen der Eingabe der Polynomkoeffizienten für die angenäherten Funktionen $\eta_{Rk}(\Omega)$, $a_k(\Omega)$, $\xi_k(\Omega)$. Die Polynome entsprechen der allgemeinen Form *n*-ten Grades.

$$\eta_{Rk}(\Omega) = a_k(\Omega) = \xi_k(\Omega) = p_0 + p_1 \cdot \Omega + \cdots + p_n \cdot \Omega^n \tag{5}$$

degradation Puck $E_{\perp}$			Ω		parameter of the polynomial for $\eta_{\perp}G_{\perp\parallel}$				parameter of the polynomial for $\zeta G_{\perp\parallel}$						parameter of the polynomial for c $G_{\perp\parallel}$					
$\eta_{\perp}$ $E_{\perp}$	a for $E_{\perp}$	ζ for $E_{\perp}$	Ω_{min}	Ω_{max}	p_3	p_2	p_1	p_0	p_5	p_4	p_3	p_2	p_1	p_0	p_5	p_4	p_3	p_2	p_1	p_0
0,03	5,34	1,3	-0,7	0,35	0,74164	0,49686	-0,4645	0,36053	0	0	2,5729	1,107	-0,73	0,9694	0	0	1,2182	0,27306	-0,2188	0,6409
0,03	5,34	1,3	-0,7	0,35	0,74164	0,49686	-0,4645	0,36053	0	0	2,5729	1,107	-0,73	0,9694	0	0	1,2182	0,27306	-0,2188	0,6409
0,03	5,34	1,3	-0,7	0,35	0,74164	0,49686	-0,4645	0,36053	0	0	2,5729	1,107	-0,73	0,9694	0	0	1,2182	0,27306	-0,2188	0,6409
0,03	5,34	1,3	-0,7	0,35	0,74164	0,49686	-0,4645	0,36053	0	0	2,5729	1,107	-0,73	0,9694	0	0	1,2182	0,27306	-0,2188	0,6409
0,03	5,34	1,3	-0,64	0,32	-4,28E-15	0,18601	-0,16815	0,74929	-46,4916	-31,4713	6,2561	4,452	-0,26	0,8682	-0,0529	0,20953	-0,22053	-0,15697	0,2009	1,0437
0,03	5,34	1,3	-0,64	0,32	-4,28E-15	0,18601	-0,16815	0,74929	-46,4916	-31,4713	6,2561	4,452	-0,26	0,8682	-0,0529	0,20953	-0,22053	-0,15697	0,2009	1,0437
0,03	5,34	1,3	-0,64	0,32	-4,28E-15	0,18601	-0,16815	0,74929	-46,4916	-31,4713	6,2561	4,452	-0,26	0,8682	-0,0529	0,20953	-0,22053	-0,15697	0,2009	1,0437

Abbildung 18: Eingabemaske aller für die Degradationsrerchnung relevanten Parameter

corresponding φ Die Steifigkeiten und die Festigkeiten einer UD-Schicht sind anhängig von Faservolumenanteil der Schicht. Es ist deshalb erforderlich, die eingetragenen Werte einem Faservolumenanteil zu zuordnen. Diese Zuordnung ist zum einen für die Steifigkeiten und zum anderen für die Festigkeiten erforderlich. Die Zuordnung erfolgt durch den Eintrag in der Spalte „corresponding φ“. Weicht der Faservolumenanteil von dem im Laminataufbau vorgegeben Wert ab, werden die Werte auf dem Tabellenblatt

`materials` auf den Wert des Laminataufbaus (Abschnitt 4.1.2) umgerechnet.
Achtung: Die Umrechnung erfolgt entsprechend dem Hinweis auf dem Tabellenblatt. Die Festigkeiten $R_{\perp}^{t}$, $R_{\perp}^{c}$ und $R_{\perp\parallel}$ werden nicht an den Faservolumenanteil angepasst. Die umgerechneten Kennwerte werden im Anschluss an die Berechnung zur Kontrolle auf dem Tabellenblatt `laminate_lay_up` in der Tabelle „adapted lamina properties“ ausgegeben Abb. 14.

4.3 results

Für die Ergebnisdarstellung werden drei Tabellenblätter verwendet, deren Aufbau die gleiche Struktur aufweist. Die Unterschiede ergeben sich infolge des verwendeteten Werkstoffgesetzes (linear bzw. nichtlinear), sowie der Berechnungsoptionen (Abschnitt 2.9). Basis der Ergebnisdarstellung ist das Tabellenblatt `results_linear`, deren Aufbau in Abschnitt 4.3.1 ausführlich beschrieben wird. Die Tabellenblätter `results_nonlinear` und `results_lamina_fracture` geben die Ergebnisse der nichtlinearen Berechnung an. In den entsprechenden Kapiteln werden nur die zusätzlichen Ausgaben erläutert.

4.3.1 results linear

Im oberen Teil werden die Steifigkeits- und die Nachgiebigkeitsmatrix des Laminats ausgegeben (Abb. 19). Der Aufbau der Steifigkeitsmatrix ergibt sich entsprechend des Scheiben-Plattenelements zu.

stiffness matrix of the laminate

117582	13469	0	0	0	0
13469	117582	0	0	0	0
0	0	22248	0	0	0
0	0	0	93071	17959	0
0	0	0	17959	220481	0
0	0	0	0	0	29664

compliance matrix of the laminate [*10^{-5}]

0,86	-0,10	0,00	0,00	0,00	0,00
-0,10	0,86	0,00	0,00	0,00	0,00
0,00	0,00	4,49	0,00	0,00	0,00
0,00	0,00	0,00	1,09	-0,09	0,00
0,00	0,00	0,00	-0,09	0,46	0,00
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	3,37

Abbildung 19: Steifigkeitsmatrix und Nachgiebigkeitsmatrix

$$\begin{Bmatrix} \hat{n}_x \\ \hat{n}_y \\ \hat{n}_{xy} \\ \hat{m}_x \\ \hat{m}_y \\ \hat{m}_{xy} \end{Bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix}}_{\text{Steifigkeitsmatrix}} \cdot \begin{Bmatrix} \hat{\epsilon}_x \\ \hat{\epsilon}_y \\ \hat{\gamma}_{xy} \\ \hat{\kappa}_x \\ \hat{\kappa}_y \\ \hat{\kappa}_{xy} \end{Bmatrix}_0 \tag{6}$$

Das Elastizitätsgesetz ist mit Kraftflüssen notiert worden, die Einträge beziehen sich dementsprechend auf die Laminatdicke. Die Einheiten der Matrixeinträge sind in *AlfaLam* als Bemerkung hinterlegt.
Die Tabelle in der Mitte des Tabellenblatts stellt die schichtenweise Ergebnisse des Laminats dar (Abb. 20).

strain state, stress state and stress exposure of linear analysis

lamina	angle [α]	ε_1 [%]	ε_2 [%]	γ_{21} [%]	σ_1 [N/mm²]	σ_2 [N/mm²]	τ_{21} [N/mm²]	$f_{E,FF}$	$f_{E,IFF}$	fracture mode	fracture angle	weakening
1	90	-0,25	2,15	0	-39,3	281,9	0	0,04	5,22	A	0	1
2	0	2,15	-0,25	0	968,1	39,3	0	0,88	0,99	A	0	2
3	0	2,15	-0,25	0	968,1	39,3	0	0,88	0,99	A	0	2
4	90	-0,25	2,15	0	-39,3	281,9	0	0,04	5,22	A	0	1

Laminataufbau | Verzerrungen | Spannungen | Ergebnisse der Bruchanalyse

Abbildung 20: Ausgabe der schichtenweise Analyse des Laminats im Koordinatensystem der jeweiligen UD-Schicht

Zu Gunsten einer besseren Übersichtlichkeit werden in den ersten beiden Spalten die Schichtnummern, mit dem entsprechenden Schichtwinkel wiederholt. Der Schichtwinkel wird in der linearen Rechnung nicht an den Verzerrungszustand angepasst. In den folgenden Spalten werden die Verzerrungen und die Spannungen der einzelnen Schichten im Koordinatensystem der UD-Schicht, die Anstrengung auf Faser- und Zwischenfaserbruch, der Bruchmodus und der Bruchwinkel angezeigt. Die Spalte „weakening“ bezieht sich auf die Berücksichtigung der faserparallelen Spannung bei der Bestimmung der Zwischenfaserbruchanstrengung Abschnitt 2.3. Die unterschiedlichen Ausgabeparameter sind als Kommentar hinterlegt worden und entsprechen der Einteilung in Abb. 7. Zusätzlich zu den drei Bereichen werden die Ziffern 0 und 4 ausgegeben. Die Null zeigt an, dass die Berechnungsoption nicht aktiviert ist und die Vier kennzeichnet den in Abschnitt 2.10 beschrieben Effekt bei Plattenbelastungen. Zur Kennzeichnung der versagensrelevanten Schichten des Laminats, werden diese farblich hinterlegt.
Im unteren Teil werden die „globalen“ Kennwerte des Laminats ausgegeben (Abb. 21). Im allgemeinen anisotropen Fall gibt es keine allgemeine Neutralebene ([Sch07]). Die Lage der speziellen Neutralebenen für Biegung um die x-Achse, die y-Achse und die Drillung werden von *AlfaLam.nl* ermittelt und ausgegeben. Die Ingenieurskonstanten können für weiterführende Berechnungen genutzt werden. Eine

Verwendung im Rahmen einer FE-Analyse ist nur zulässig, wenn die Einträge der Koppelmatrix B_{ij} null sind. Ist dies nicht der Fall, so muss die komplette Steifigkeits- bzw. Nachgiebigkeitsmatrix verwendet werden. Die Dehnung und Verzerrungen der allgemeinen neutralen Ebenen werden nur für symmetrisch geschichte Laminataufbauten ausgegeben. Zusätzlich wird die mittlere Dichte des Laminats ausgegeben.

a

neutral plane

z_x [mm]	---
z_y [mm	---
z_{xy} [mm	---

b

engineering constants

$E_{x,\ tension}$ [N/mm^2]	29010	$E_{x,\ bending}$ [N/mm^2]	17451
$E_{y,\ tension}$ [N/mm^2]	29010	$E_{y,\ bending}$ [N/mm^2]	41340
$G_{xy,\ shear}$ [N/mm^2]	5562	$G_{xy,\ torsion}$ [N/mm^2]	5562
ν_{xy} [-]	0,115		
ν_{yx} [-]	0,115		

print report

c

global values

ε_x [%]	2,15
ε_y [%]	-0,25
γ_{xy} [%]	0,00
κ_x [1/mm]	0,00
κ_y [1/mm]	0,00
κ_{xy} [1/mm]	0,00
ρ_{ges} [g/cm^3]	2

Abbildung 21: Globale Kennwerte des Laminats **a** Lage der speziellen neutralen Ebenen **b** Ingenieurskonstanten **c** Dehnungen und Verzerrungen der allgemeinen neutralen Ebene des Laminats

4.3.2 results nonlinear

Die Einträge auf dem Tabellenblatt entsprechen den Ergebnissen der nichtlinearen Berechnung. Zur Verdeutlichung wird das, den Ergebnissen entsprechende, Lastniveau angezeigt (Abb. 22).

a

Results: corresponding to the applied loads

n_x [N/mm]	60
n_y [N/mm]	0
n_{xy} [N/mm]	0
m_x [N]	0
m_y [N]	0
m_{xy} [N]	0

b

Attention: lamina fracture corresponding to the loads

n_x [N/mm]	2236,6
n_y [N/mm]	0
n_{xy} [N/mm]	0
m_x [N]	0
m_y [N]	0
m_{xy} [N]	0

Abbildung 22: Anzeige des Lastniveaus **a** Die äußere Last führt nicht zum Laminatversagen, die Einträge auf dem Tabellenblatt entsprechen dem vorgegeben Lastniveau **b** Die äußere Last führt zum Laminatversagen, die Einträge auf dem Tabellenblatt entsprechen der Versagenslast

4.3.3 results lamina fracture

Auf dem Tabellenblatt wird, ähnlich der Ausgabe in `results_nonlinear` das, den angezeigten Ergebnissen entsprechende Lastniveau dargestellt. Der wesentliche Unterschied ist, dass auf dem Tabellenblatt `results_lamina_fracture` das Ergebnis des Laststeigerungsalgorithmus angezeigt wird. Die Last entspricht somit immer der Versagenslast und nicht der äußeren Last. Zusätzlich werden der

Reservefaktor für Laminatversagen (s. Abschnitt 2.5) und für den ersten Zwischenfaserbruch angezeigt (Abb. 23). In der ersten Zusatzspalte wird die Anstrengung angezeigt, die der vorgegeben Last entspricht, da sich die Anstrengung in der Tabelle auf die Versagenslast bezieht. In der zweiten Zusatzspalte wird der Lastschritt angezeigt, indem das erste Versagen der Schicht aufgetreten ist.

a

reserve factor laminate fracture	37,23
reserve factor first inter-fibre fracture	8,538

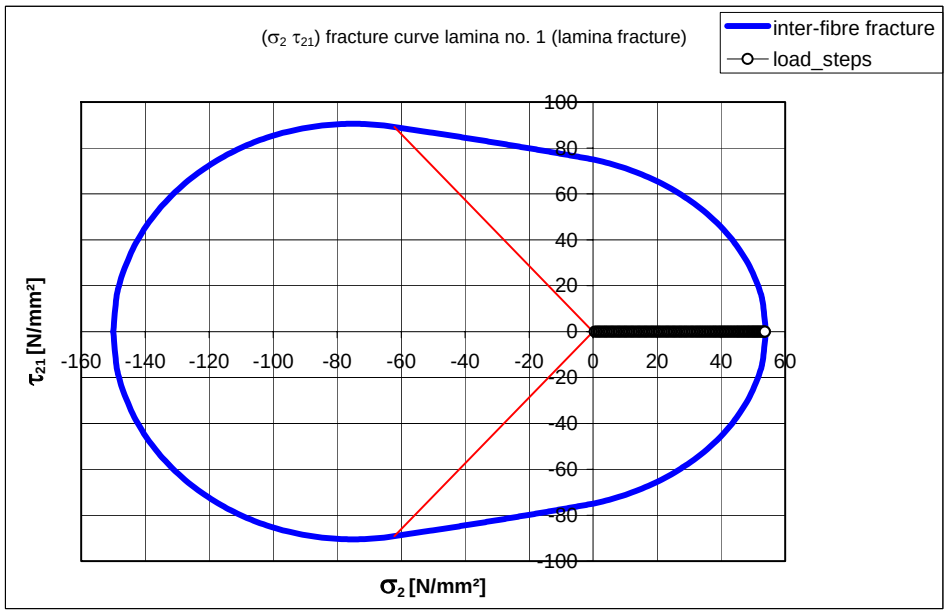
b

$f_{E\ nl}$	step no. f_E=1
0,13	111
no iff	484
no iff	484
0,13	111

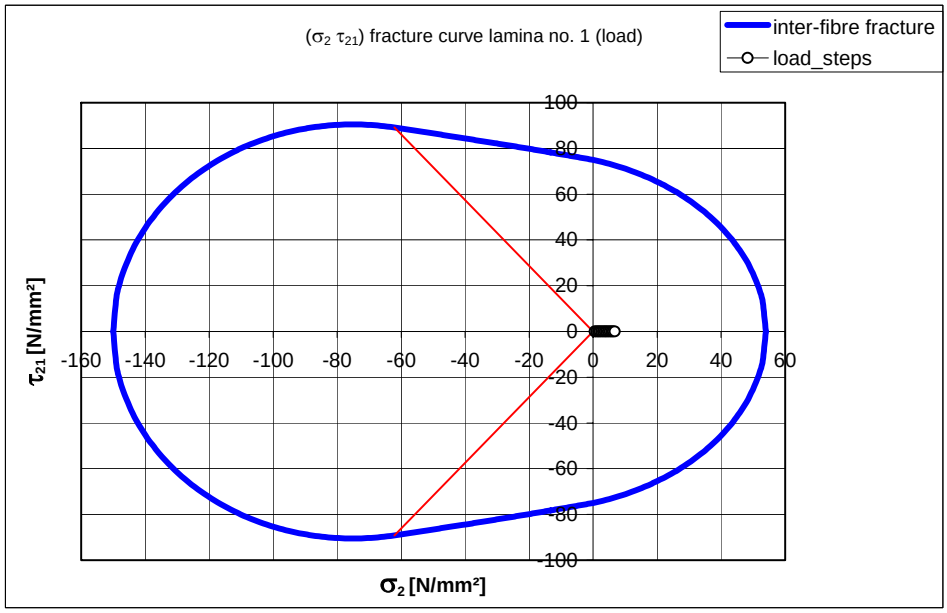
Abbildung 23: Erweiterte Ausgabe **a** Ausgabe der Reservefaktoren **b** Erweiterung der schichtenweisen Ergebnisdarstellung

4.4 fracture curves

Auf dem Tabellenblatt wird der Verlauf der Schichtspannungen, jeder Laminatschicht, im Zwischenfaserbruch-Diagramm angezeigt (Abb. 24). In der ersten Diagrammspalte wird der Spannungsverlauf bis zum Erreichen des Laminatversagens dargestellt. Dies entspricht dem Ergebnis auf dem Tabellenblatt `results_lamina_fracture`. In der zweiten Diagrammspalte wird der Spannungsverlauf bis zum Erreichen der vorgegeben Last dargestellt. Dies entspricht dem Ergebnis auf dem Tabellenblatt `results_nonlinear`.
Soll ein einzelnes Diagramm ausgedruckt werden, so besteht die Möglichkeit durch einen „Rechtsklick“ auf das entsprechende Diagramm und die Auswahl des Menuepunkts „Diagrammfenster“ das Diagramm in einem eigenen Fenster anzeigen zu lassen. Das Diagramm kann jetzt einzeln ausgedruckt werden.



a



b

Abbildung 24: Darstellung des iterativ ermittelten Spannungsverlauf im Zwischenfaserbruch-Diagramm **a** Laststeigerung bis zum Erreichen des Laminatversagens (`results_lamina_fracture`) **b** Spannungsverlauf bis zum Erreichen der äußeren Last (`results_nonlinear`)

4.5 optionale Tabellenblätter

Der Anwender hat die Möglichkeit eine vertiefte Analyse der Laststeigerungsrechnung durchzuführen, indem er sich alle relevanten Laminatkennwerte, die im Laufe der Berechnung ermittelt wurden, anzeigen lassen kann (Abschnitt 4.1.3). **Achtung:** Die Ergebnisse, die auf den zusätzlichen Tabellenblättern angezeigt werden, werden nur erzeugt, wenn die Option vor dem Start der Berechnung aktiviert wurde. Wird die Option im Anschluss an eine Berechnung aktiviert, gehören die Zahlenwerte, der eingeblendeten Tabellenblätter, nicht zu der letzten Berechnung die durchgeführt wurde, sondern zur letzten Berechnung mit aktivierter Ausgabeoption. Die Ergebnisse haben also keinen Bezug zur letzten Berechnung. Um das Problem zu vermeiden und um den Speicherbedarf von *AlfaLam.nl* zu minimieren sollte der *command button* „clear all results“ ausgeführt werden (Abschnitt 4.1.4), bevor die Ausgabeoption deaktiviert wird. Dies hat zur Folge, dass bei der nächsten Aktivierung der Option keine alten Ergebnisse in den eingeblendeten Tabellenblättern dargestellt werden.

stress strain curves Wird die Option *stress strain curves* gewählt, werden die Dehnungen und die Verzerrungen über der äußeren Last auf dem Tabellenblatt `charts_stress_strain` ausgegeben. Als Standard-Diagramm werden die Dehnungen ϵ_x und ϵ_y über der Last n_x dargestellt. Sollen andere Kombinationen angezeigt werden, so hat der Anwender die Möglichkeit eigene Diagramme zu erstellen. Die dazu benötigten Daten befinden sich im unteren Bereich des Tabellenblatts. Die Dehnungen und Verzerrungen beziehen sich auf die Bezugsebene des Laminats und sollten deshalb nur verwendet werden, wenn ein symmetrischer Laminataufbau vorliegt. Ist dies nicht der Fall, ist die Bezugsebene nicht die allgemeine Neutralebene und es wird ein entsprechender Warnhinweis ausgegeben.

Wird die Option *analysis check values* aktiviert wird das im folgenden beschriebene Tabellenblatt zusätzlich eingeblendet.

Laststeigerung Kontrolle Auf dem Tabellenblatt wird die vorgenommene Last-Inkrementierung mit den entsprechenden Lasten dargestellt. Der Anwender kann somit die zu einem Lastschritt dazugehörige Schnittlast schnell und einfach ermitteln. Zusätzlich werden die zum Zwischenfaserbruch führenden Spannungen τ_{21} und σ_2 mit dem entsprechenden Lastinkrement aufgelistet.

5 Auswertung und Archivierung

Auswertung Im Rahmen der Auswertung der Ergebnisse sollte immer eine Plausibilitätsprüfung erfolgen. Diese kann an Hand der Ausgabeparameter und den dazugehörigen Zwischenfaserbruch-Diagrammen erfolgen. Sprunghafte Veränderungen des Spannungsverlaufs müssen stets genau analysiert werden.

Archivierung Die Software bietet zwei Arten der Archivierung an. Die einfachste Möglichkeit besteht darin, die Excel-Datei unter einem anderen Namen mit „speichern unter“ aus dem Datei-Menue von Excel zu speichern. Der Vorteil dieser Methode besteht darin, dass jederzeit auf alle Informationen zurückgegriffen werden kann und Änderungen einfach durchzuführen sind. Ist dies nicht erwünscht, z.B. zu Dokumentationszwecken, oder besteht der Wunsch die Ergebnisse an eine Person weiterzugeben die mit der Bedienung von *AlfaLam.nl* nicht vertraut ist, können die Tabellenblätter mit dem „print report“ *command button* als pdf-Dokument archiviert werden (s. Abschnitt 4.1.4).
Für die Optimierung des Speicherplatzbedarfs wird empfohlen die Excel-Dateien mit einer Komprimierungs-Software (z.B. WinZip oder WinRar) zu packen. Die Dateigröße reduziert sich dabei auf ca. 5-10% der ursprünglich Größe.

Literatur

[Kno03] KNOPS, Martin: *Sukzessives Bruchgeschehen in Faserverbundlaminaten*, Rheinisch-Westfälischen Technischen Hochschule Aachen, Fakultät für Bergbau, Maschinenwesen, Diss., 2003

[PM06] PUCK, Alfred ; MANNIGEL, Martin: Physically Based Stress/Strain-Analysis for the inter-fibre-fracture analysis of FRP Laminates. (2006)

[Sch07] SCHÜRMANN, Helmut: *Konstruieren mit Faser-Kunststoff-Verbunden*. 2.,bearb. und erw. Aufl. Berlin Heidelberg New York : Springer Verlag, 2007

[WS05] WEBER, Thorsten ; SCHÜRMANN, Helmut: Verbesserung der nichtlinearen Versagensanalyse von Laminaten. In: *DGLR–Symposium*. Friedichshafen : Deutsche Gesellschaft für Luft- und Raumfahrt – Lilienthal-Oberth e.V., 26.-29. September 2005

Index

Überanstrengung, 8
äußere Last, 13, 18, 30

Abbruchkriterium, 7
Abminderungsfaktor, 8, 9
analysis check values, 32
Anstrengung, 29
Archivierung, 34
Auswertung, 20, 34

Bedienungshinweise, 17
Berechnungsalgorithmus, 6
Bruchanalyse, 5, 6, 25

CLT, 4, 16
commanbuttons, 22

Degradation, 7, 9, 26
Degradationskurven, 9
Degradationsmethode, 8
Dehnung, 32
Dichte, 25

Eingabe, 17
Eingabemaske, 18

Faserbruch, 5, 26, 29
Faservolumenanteil, 18, 27
Faserwinkel, 6, 18
FE-Analyse, 29
Fertigungsparameter, 18
Festigkeiten, 25
fiktive Anstrengung, 8
fracture curves, 31

Genauigkeit, 20
Geschwindigkeit, 20
GNU, 2
Grundelastizitäten, 25

input laminate lay-up, 18
Interaktion, 6, 25

Konvergenz, 20
Koppelmatrix, 29
Kraftflüsse, 28
Kraftfluss, 18

lamina fracture, 13
Laminataufbau, 18
Laminatdicke, 28
laminate lay-up, 17
Laminattheorie, 16
Laminatversagen, 30
Last, 32
Lastniveau, 13, 30
Laststeigerung, 18, 30, 34
Laststeigerung Anstrengung, 34
Laststeigerung Kontrolle, 34
Laststeigerungsrechnung, 32
loads, 18

material, 25

Nachgiebigkeitsmatrix, 28
Neutralebene, 29
nichtlineare Berechnung, 13

optionale Einstellungen, 20
optionale Tabellenblätter, 32

Plattenbelastung, 14
Programmsteuerung, 20

reale Spannung, 8
Reservefaktor, 30
results, 28
results lamina fracture, 30
results linear, 28
results nonlinear, 30

save lamina, 13

Scheiben-Plattenelement, 28
Schichtwinkel, 29
Sekantenmodul, 6, 8
Spannung, 29
Spannungsverhältnis, 9
Spannungsverlauf, 31
Speicherplatz, 34
Standardanalyse, 17
Steifigkeiten, 25
Steifigkeitsmatrix, 28
Steuerlemente, 17
stress strain curves, 32

thermische Eigenspannungen, 18, 26

VDI-Richtlinie 2014, 4
Versagenslast, 13, 30
Verzerrung, 29, 32

Wanddicke, 18
Werkstoffe, 16, 18, 25
Werkstoffgesetz, 28
Werkstoffmodell, 6, 25

Zwischenfaserbruch, 5, 6, 13, 26, 29, 30
Zwischenfaserbruch-Diagramm, 5, 31, 34